



Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas

Nombre: _____

Carné: _____ Sección: _____

Matemáticas VI (MA-2113) **Bloque B**

Abril-Julio 2012

2^{do} Examen Parcial (50%)

El examen tiene una duración de 1 hora y 50 minutos.

1. (13 puntos) Sea $f(z) = \frac{(z - \operatorname{sen} z)(\operatorname{sen}(3z) - 3 \operatorname{sen} z)}{(1 - \cos z) \operatorname{sen}^3 z}$.

(a) Halle y clasifique (todas) las singularidades de f .

(b) Calcule el residuo de f en cada uno de sus puntos singulares.

2. (12 puntos) Calcule el valor de la integral

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos(ax)}{x^2 + 1} dx,$$

siendo $a \in \mathbb{R}$.

3. (13 puntos) Calcule el valor de la integral

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 \theta}{1 - 2a \cos \theta + a^2} d\theta,$$

siendo $|a| < 1$, $a \neq 0$.

4. (12 puntos) Sea f una función entera que satisface

$$|f(z)| \leq k|z|^2 \quad \forall z \in \mathbb{C},$$

siendo k cierta constante real (positiva). Pruebe que $f(z)$ es un polinomio homogéneo de grado dos.

¡Justifique Todas Sus Respuestas!